

## СПОРІДНЕНА ВІДПОВІДНІСТЬ ПРОСТОРУ ТА ЇЇ ЗАСТОСУВАННЯ У ПРАКТИЦІ АРХІТЕКТУРНОГО ПРОЕКТУВАННЯ Й КОНСТРУЮВАННЯ АРХІТЕКТУРНИХ ФОРМ

*В. Виходець, к.т.н., Б. Качмар, к.т.н., І. Ніщенко, к.ф.-м.н.,  
П. Коруняк, к.т.н.*

*Львівський національний аграрний університет*

**Ключові слова:** архітектурне проектування, еліптичні поверхні, споріднена відповідність, площина споріднення, перетворення простору, тривісний еліпсоїд, напрям споріднення, поверхні другого порядку.

У статті розглядається споріднена відповідність простору та її застосування до розв'язку задач, які виникають у процесі архітектурного проектування та конструювання поверхонь.

**Постановка проблеми.** У практиці архітектурного проектування та будівництва широко застосовують поверхні другого порядку загального виду як складові елементи декору, окремих деталей та конструкцій. Застосування традиційних способів розв'язку задач для таких поверхонь є нераціональним або ж призводить до громіздких графічних побудов.

Для розв'язку таких задач доцільно застосовувати споріднене перетворення простору та об'єктів, розташованих у ньому.

Таке перетворення спрощує розв'язок задач також за архітектурного проектування й геометричного конструювання поверхонь – оболонки, в основі яких є поверхні другого порядку загального виду з еліптичними паралелями (еліптичні конуси, еліптичні циліндри, еліптичні параболоїди, тривісні еліпсоїди).

**Аналіз останніх досліджень і публікацій.** У публікаціях з нарисної та проективної геометрії еліптичні поверхні та операції над ними описані недостатньо. Відсутні розв'язки задач на перетин таких поверхонь площинами загального положення та побудови їх ліній взаємного перетину, оскільки такі поверхні широко застосовують у практиці архітектурного проектування сучасних споруд.

**Постановка завдання.** Застосування геометричних перетворень простору та об'єктів, розташованих у ньому, значно спрощує розв'язок задач над поверхнями другого порядку метричного та позиційного плану, причому в деяких випадках застосування спорідненої відповідності дає змогу розв'язку складних задач, які іншими методами нарисної геометрії розв'язати досить важко.

Суть методу полягає у перетвореннях поверхонь другого порядку загального виду в поверхні обертання або ж сфери. Такі перетворення дають змогу відомими методами нарисної геометрії розв'язати позиційну задачу в спрощеному вигляді на перетворених поверхнях, а потім зворотним перетворенням перенести отриманий результат на задачі поверхні.

**Виклад основного матеріалу.** Споріднене перетворення можна розглядати як неперервну деформацію простору у напрямі споріднення, при чому простір може розтягуватися або стискуватися в бік площини споріднення [1-3]. Цю властивість спорідненого перетворення простору застосовують під час архітектурного конструювання поверхонь зі складним законом формоутворення [1-4; 5].

Основні властивості спорідненого перетворення простору:

- 1) кожній точці першого простору відповідає споріднена їй точка другого простору;
- 2) кожній прямій першого простору відповідає пряма другого простору;
- 3) паралельним прямим першого простору відповідають паралельні прямі другого простору;
- 4) кожній площині першого простору відповідає площина другого простору [1-6].

Розглянемо приклади розв'язку позиційних задач, які виникають під час виконання проектних робіт із поверхнями другого порядку загального виду.

Приклад 1. Побудувати врізку прямої призми в тривісний еліпсоїд (рис. 1).

Проведемо фронтальну площину  $\lambda_n$  споріднення просторів через ребро прямої призми  $B_1$  та паралельно до великої осі еліпса  $A_1D_1$ .

Для перетворення поверхні тривісного еліпсоїда в поверхню еліпсоїда обертання знаходимо пряму  $A'B'$ , споріднену прямій  $A_1B_1$ , провівши  $A'B'$  під кутом  $45^\circ$  до площини споріднення. На

спорідненій прямій знаходимо точку  $A'$  до точки  $A_1$ . Провівши через точку  $A'$  паралельну пряму до  $\lambda_n$ , знайдемо центр кола  $O'$ , який відповідає точці  $O_1$  – перетину осей еліпса. У результаті перетворення простору тривісний еліпсоїд перетворюється на еліпсоїд обертання.

Використавши основні властивості спорідненого перетворення простору (1-4), аналогічно до знаходження точки  $A'$  знаходимо точки  $C'$  та  $E'$ , споріднені до точок  $C_1$  та  $E_1$ . У результаті спорідненого перетворення пряма призма з основою  $C_1E_1B_1$  перетворилась на пряму призму з основою  $C'E'B'$ . Комбінація геометричних фігур з прямої призми та тривісного еліпсоїда перетворилася на комбінацію з прямої призми та еліпсоїда обертання. Задача на знаходження точок лінії перетину прямої призми та еліпсоїда обертання належить до елементарних позиційних задач та розв'язується за допомогою горизонтальних січних площин  $\tau_1 \dots \tau_4$ , які перетинають тривісний еліпсоїд по еліпсах. Еліпси перетину площинами  $\tau_1 \dots \tau_4$  поверхні тривісного еліпсоїда при перетворенні простору та геометричних фігур перетворюються в кола, діаметри яких дорівнюють великим осям відповідних еліпсів. Поверхня призми симетрично розміщена щодо площини симетрії тривісного еліпсоїда, тому на рис. 1 знайдені точки 8, 7, 6, 3, 4, 5, 1 лінії перетину, які належать грані  $h_a$ , симетрично переносимо на грань площини  $h_b$ .

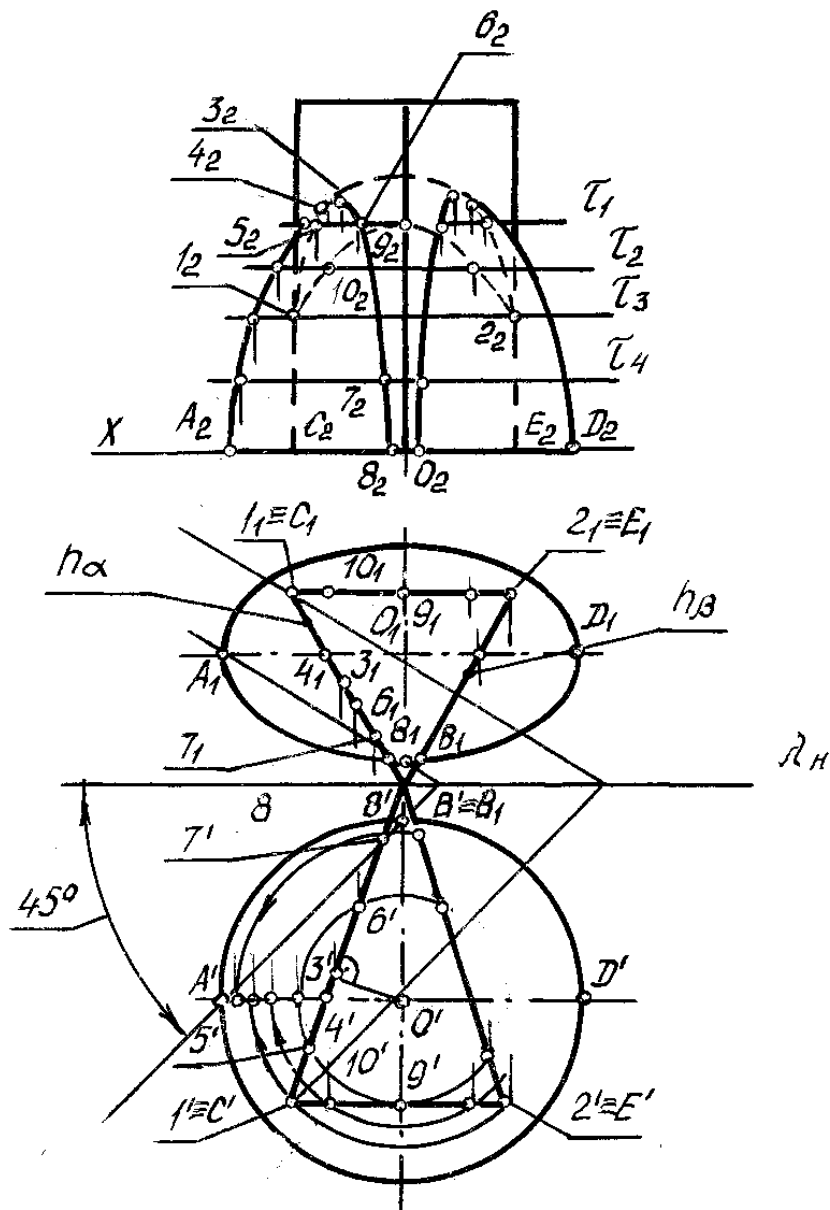


Рис. 1. Побудова врізки прямої призми в тривісний еліпсоїд.

Застосування методу спорідненого перетворення простору для поверхонь другого порядку можливе в тому разі, якщо поверхні другого порядку одночасно можуть бути перетворені на поверхні обертання, а саме, коли осі обох поверхонь паралельні між собою та еліпси перерізів площинами, перпендикулярними до головних осей поверхонь, подібні та подібно розташовані [1; 6].

Розглянемо приклад побудови лінії взаємного перетину тривісного еліпсоїда та еліптичного циліндра (рис. 2).

Вибираємо площину споріднення простору  $\lambda_p$  паралельно до профільної площини проєкції. Оскільки при перетворенні простору півосі обох еліпсів повинні дорівнювати радіусам відповідних кіл  $\hat{A}'_1\hat{N}'_1 = \hat{A}'_1\hat{N}'_1$  та  $S'_1\hat{E}'_1 = S'_1\hat{F}'_1$ , знаходимо споріднені точки  $P'_1$  та  $A'_1$  до точок  $P_1$  та  $A_1$ , провівши прямі  $\hat{A}'_1A'_1$  та  $P'_1F'_1$  під кутом  $45^\circ$  до площини споріднення.

За спорідненого перетворення простору тривісний еліпсоїд перетворився на еліпсоїд обертання, а еліптичний циліндр – на прямий циліндр обертання.

Розв'язок задачі на знаходження лінії взаємного перетину таких поверхонь обертання зводиться до знаходження ряду точок, які водночас належать обом поверхням.

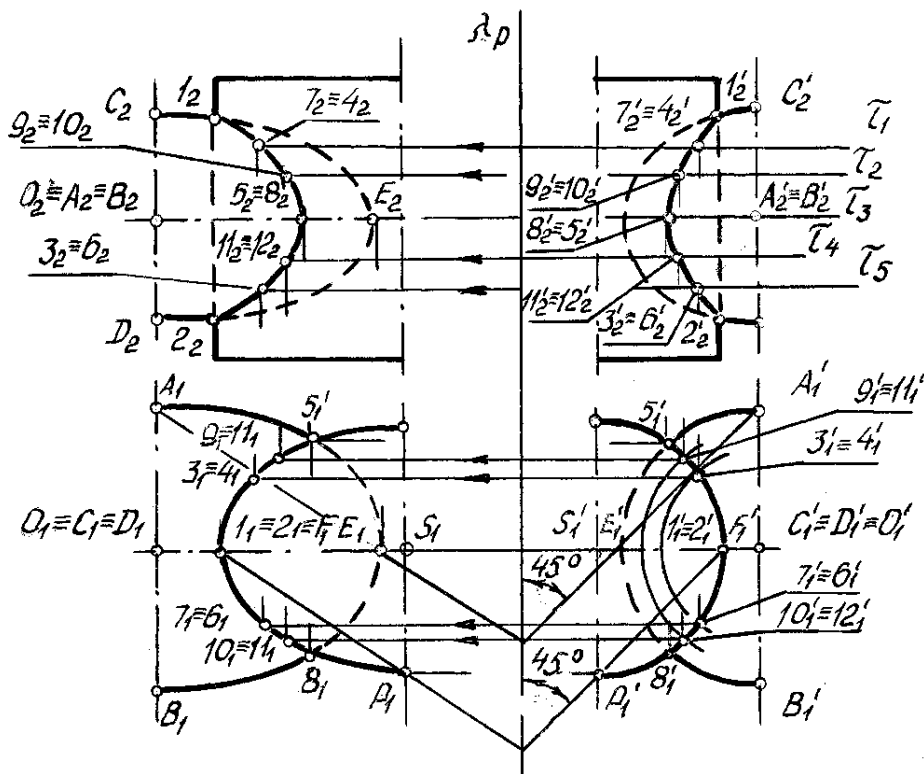


Рис. 2. Побудова лінії перетину тривісного еліпсоїда та еліптичного циліндра.

Точки, які визначають лінію взаємного перетину поверхонь обертання, знаходять за допомогою горизонтальних січних площин  $\tau_1 \dots \tau_5$ . З'єднавши знайдені точки, отримаємо лінію перетину поверхонь обертання 1, 7, 10, 8, 12, 6, 2, 3, 11, 5, 9, 4, 1 та зворотним перетворенням перенесемо знайдені точки на поверхні еліптичного циліндра та тривісного еліпсоїда.

**Висновки.** Запропонований метод перетворення простору та об'єктів, розташованих у ньому, знайде застосування під час архітектурного проектування та геометричного конструювання поверхонь другого порядку загального вигляду з еліптичними паралелями – поверхонь оболонок, оригінальних архітектурних споруд, покрівель спортивних об'єктів тощо.

#### Бібліографічний список

1. Короев Ю. И. Начертательная геометрия / Ю. И. Короев. – М. : Стройиздат, 1987. – 319 с.
2. Кузнецов Н. С. Начертательная геометрия / Н. С. Кузнецов. – М. : Высш. шк., 1981. – 262 с.
3. Методы начертательной геометрии и её применения : сб. ст. / под ред. Н. Ф. Четверухина. – М. : ГИТТЛ, 1955. – 411 с.

4. Климухин А. Г. Начертательная геометрия / А. Г. Климухин. – М. : Стройиздат, 1978. – 335 с.
5. Муравьев М. С. Начертательная и проективная геометрия / М. С. Муравьев. – М. : Изд-во геодез. лит., 1960. – 324 с.

**Выходец В., Качмар Б., Нищенко И., Коруняк П. Родственное соответствие пространства и его применение в практике архитектурного проектирования и конструирования архитектурных форм**

В статье рассматривается родственное соответствие пространства и его применение к решению задач, которые возникают в процессе архитектурного проектирования и конструирования поверхностей.

**Ключевые слова:** архитектурное проектирование, эллиптические поверхности, родственное соответствие, плоскость родственности, преобразование пространства, трехосный эллипсоид, направление родственности, поверхности второго порядка.

**Vychodec V., Kachmar B., Nishchenko I., Korunjak P. Family accordance spacious and his application in practice of architectural planning and constructing of architectural forms**

In the article family accordance of space and its application is examined with the decision of tasks which arise up in the process of the architectural planning and constructing of surfaces.

**Key words:** architectural planning, elliptic surfaces, responsibility, plane of bring together, transformation of space, triaxial ellipsoid, direction of bring together, surface of the second order.